

# Concursul Național Studentesc de Matematică "Traian Lalescu" Craiova, 7–9 Mai 2026

## SECȚIUNEA D

### Problema 1.

1. Determinați funcția  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  olomorfă pe  $\mathbb{C}$ , pentru care:

$$\operatorname{Re}(f) - \operatorname{Im}(f') = \varphi(e^x \sin y), \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \varphi \in C^2(\mathbb{R}), z = x + iy.$$

și care satisface condițiile  $f(0) = f'(0) = 0$  și  $f(\pi) - f(-\pi i) = 2(e^\pi + 1)$ .

### Problema 2.

Calculați

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(ax)}{1 + \operatorname{ch}(2x)} dx, a > 0.$$

### Problema 3.

Să se rezolve în clasa funcțiilor original Laplace problema:

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) + \int_0^t (t - \tau)e^{-(t-\tau)} x(\tau) d\tau = 0, t \geq 0$$

$$x(0) = 0, x'(0) = 1.$$

### Problema 4.

Se consideră funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  și  $g(x) = (1 - x^2) \cdot f^2(x)$  și fie

$$h_n(x) = \underbrace{f(x) * f(x) * \dots * f(x)}_{n \text{ ori}}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2,$$

unde  $*$  reprezintă produsul de convoluție.

a) Calculați transformatele Fourier  $\hat{f}(\omega)$  și  $\hat{g}(\omega)$ .

b) Calculați  $\int_{-\infty}^{\infty} h_{2026}(x) \cdot \sin x \cdot \sin(2x) dx$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii și se notează cu punctaje cuprinse între 0 și 10.  
**Timp de lucru:** 4 ore.